

1. (\mathbb{R}^2, d_2) を距離空間とする。ここで,

$$d_2 : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto \sqrt{\sum_{i=1}^2 (x_i - y_i)^2} \quad (x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2))$$

である。このとき以下の問いに答えよ。

- (a) $n \in \mathbb{N}$ に対して $x_n = (\frac{2}{n}, 1 + \frac{1}{n^2}) \in \mathbb{R}^2$ とする。また, $x = (0, 1)$ とする。このとき $d_2(x_n, x)$ を計算せよ。

- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$ であることを証明せよ。ただし講義で述べたことは証明無しに用いてよい。

2. (\mathbb{R}^2, d_1) を距離空間とする。ここで,

$$d_1 : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto \sum_{i=1}^2 |x_i - y_i| \quad (x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2))$$

である。このとき以下の問いに答えよ。

- (a) $n \in \mathbb{N}$ に対して $x_n = (\frac{2}{n}, 1 + \frac{1}{n^2}) \in \mathbb{R}^2$ とする。また, $x = (0, 1)$ とする。このとき $d_1(x_n, x)$ を計算せよ。

- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$ であることを証明せよ。ただし講義で述べたことは証明無しに用いてよい。