

1. 写像 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 3x$ に対して, 以下の問い合わせに答えよ.

(a) $\varepsilon = 3$ に対して

$$|x - 1| < \delta_\varepsilon \implies |f(x) - f(1)| < \varepsilon$$

を満たす $\delta_\varepsilon > 0$ の条件を一つ答えよ.

(b) 実数 $\varepsilon (> 0)$ に対して

$$|x - 1| < \delta_\varepsilon \implies |f(x) - f(1)| < \varepsilon$$

を満たす $\delta_\varepsilon > 0$ の条件を一つ答えよ.

(c) 関数 f は $x = 1$ で連続であることを ε - δ 論法に基づき示せ.

(d) 関数 f は連続 (すなわち全ての点 $x_0 \in \mathbb{R}$ で連続) であることを ε - δ 論法に基づき示せ.

2. 関数 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ は連続であることを ε - δ 論法に基づき示せ.