1. 距離空間 $(\mathbb{R}^2, d_2)$ における原点 $O = (0,0)$ の ε 近傍 $U(O,\varepsilon)$ の定義を書き下せ. ただし

$$d_2(x,y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2} \quad (x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2))$$

である.

2. 問 (1) の状況の下, 近傍 $U(0,1)$ を図示せよ.

3. 距離空間 $(\mathbb{R}^2, d_1)$ における原点 $O = (0,0)$ の近傍 $U(O,1)$ を図示せよ. ただし

$$d_1(x,y) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| \quad (x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2))$$

である.

4. 写像 $d_\infty : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ を

$$d_\infty(x,y) = \max\{|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|\} \quad (x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2))$$

とおくと, d_∞ は $\mathbb{R}^2$ 上の距離関数, すなわち $(\mathbb{R}^2, d_\infty)$ は距離空間となる (ここでは証明しなくてよい). ただし, $\max\{a,b\}$ は a と b の内大きい方を返す関数である. また, $a = b$ の場合は $\max\{a,b\} = a = b$ である. このとき, 距離空間 $(\mathbb{R}^2, d_\infty)$ における原点 $O = (0,0)$ の近傍 $U(O,1)$ を図示せよ.